## Ein- und Ausschaltvorgänge an Spulen

Spulen sind wichtige Bauteile in elektrischen Schaltungen. Eine Anwendung von Spulen ist die Erzeugung von kurzzeitigen hohen Spannungsimpulsen. Hierbei wird genutzt, dass beim Ein- und Ausschalten die Induktionsspannung $U_{\text{ind}} = -L \cdot \dot{I}$ an der Spule induziert wird.

### Aufgaben

1 Für die Induktivität $L$ einer langen Spule mit der Windungszahl $N$, der Länge $l$ und der Querschnittsfläche $A$ gilt: $L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N^2}{l} \cdot A$.

1.1 Eine luftgefüllte Spule ($\mu_r = 1$) mit kreisförmigem Querschnitt hat einen Durchmesser von 10 cm, eine Länge von 15 cm und 1000 Windungen. Die Stromstärke $I$ durch diese Spule steigt innerhalb einer Zeitspanne von 0,3 ms um 5 A gleichmäßig an. Die Spule soll als lange Spule betrachtet werden.
Berechnen Sie die Induktivität $L$ der Spule und die konstante Induktionsspannung $U_{\text{ind}}$. Eventuelle Effekte an den Rändern des Zeitintervalls spielen keine Rolle.

**(6 BE)**

1.2 Eine Spule wird an eine Gleichspannungsquelle angeschlossen.
Begründen Sie mithilfe des Induktionsgesetzes, dass nur beim Ein- und Ausschalten der anliegenden Gleichspannung eine Induktionsspannung $U_{\text{ind}}$ an der Spule entsteht.
Leiten Sie für eine lange Spule mithilfe des Induktionsgesetzes und der Formel $B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N}{l} \cdot I$ die Formel $U_{\text{ind}} = -L \cdot \dot{I}$ her.

**(7 BE)**

2 In Material 1 ist eine elektrische Schaltung skizziert, mit der man den Einschaltvorgang an einer Spule untersuchen kann. Die Spule besitzt die Induktivität $L$ und den Ohm'schen Widerstand $R_{\text{Sp}}$. Der Schalter ist zunächst geöffnet und wird dann geschlossen, sodass an der Spule die Spannung $U_0 = 4\,\text{V}$ anliegt.

2.1 Für den Stromkreis ergibt sich nach Schließen des Schalters bei $t = 0\,\text{s}$ die Differenzialgleichung $-U_0 + R_{\text{Sp}} \cdot I + L \cdot \dot{I} = 0$ und $I(t) = \frac{U_0}{R_{\text{Sp}}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{R_{\text{Sp}}}{L} \cdot t}\right)$ ist eine Lösung dieser Gleichung.
Erläutern Sie die Schritte zur Herleitung der Differenzialgleichung in Material 2.
Bestätigen Sie, dass die Funktion $I(t)$ die Differenzialgleichung löst.

**(6 BE)**

2.2 In Material 3 ist der zeitliche Verlauf der Stromstärke in dem Stromkreis dargestellt.
Bestimmen Sie mithilfe von Material 3 und der Funktion $I(t)$ aus Aufgabe 2.1 den Widerstand $R_{\text{Sp}}$ und die Induktivität $L$ der verwendeten Spule.

**(6 BE)**

3 An eine Spannungsquelle mit der Spannung $U_0 = 4\,\text{V}$ werden in einer Parallelschaltung eine Spule mit $L = 250\,\text{mH}$ und $R_{\text{Sp}} = 5\,\Omega$ und eine Glimmlampe angeschlossen. In Material 4 ist eine Schaltskizze gezeigt und die Funktionsweise der Glimmlampe erklärt. Ist der Schalter S geschlossen, leuchtet die Glimmlampe nicht. Wird der Schalter geöffnet, blitzt die Glimmlampe kurz auf.

3.1 Erläutern Sie das Verhalten der Lampe für beide Schalterstellungen und begründen Sie, warum die Glimmlampe an der oberen Elektrode aufleuchtet.

**(6 BE)**

3.2 In der Schaltung in Material 4 wird die Glimmlampe durch eine Glühlampe mit der Aufschrift 4 V / 0,07 A ersetzt.

3.2.1 Berechnen Sie die elektrische Stromstärke durch die Spule bei geschlossenem Schalter und die in dem Magnetfeld der Spule gespeicherte Energie.
Berechnen Sie die Zeitspanne, in der an der Glühlampe die gleiche Energiemenge umgesetzt wird.

**(8 BE)**

3.2.2 Bei geschlossenem Schalter leuchtet die Glühlampe. Wird der Schalter geöffnet, leuchtet diese kurz sehr hell auf und erlischt dann. Schließt man den Schalter wieder, leuchtet die Glühlampe nicht mehr. Erklären Sie diese Beobachtungen.

**(4 BE)**

4 Zum Betrieb einer Funkenstrecke wird eine Primärspule ($N_1$ Windungen) durch einen Eisenkern (Permeabilitätszahl $\mu_r$) mit einer Sekundärspule ($N_2$ Windungen) gekoppelt (Material 5). Es gilt $N_2 >> N_1$. Die Primärspule besitzt die Induktivität $L_P$ und den elektrischen Widerstand $R_P$. Primärspule und Sekundärspule besitzen die gleiche Querschnittsfläche und Länge und können als lange Spulen betrachtet werden. Zunächst ist der Schalter geschlossen und an der Primärspule liegt die Spannung $U_0$ an. An der Sekundärspule ist die Funkenstrecke angeschlossen. Wird der Schalter geöffnet, beobachtet man einen Funkenüberschlag an der Funkenstrecke.

4.1 Geben Sie die beiden Funktionen des Eisenkerns an.

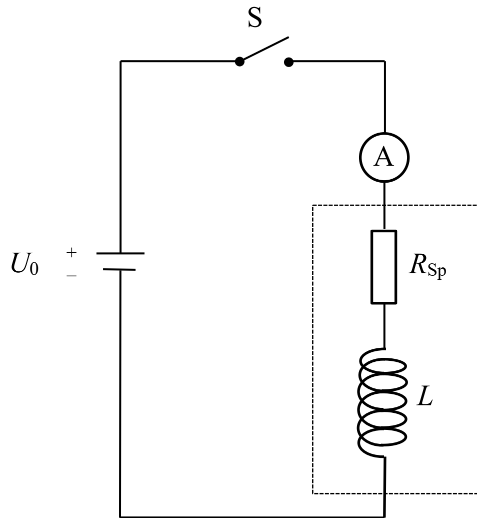
**(2 BE)**

4.2 Wird der Schalter zum Zeitpunkt $t = 0\,\text{s}$ geöffnet, gilt für die Stromstärke im Primärkreis
$I(t) = \frac{U_0}{R_P} \cdot e^{-\frac{R_P + R}{L_P} \cdot t}$ und für die Spannung zwischen den Kontakten der Funkenstrecke $U_S(t) = U_0 \cdot \frac{N_2}{N_1} \cdot \frac{R_P + R}{R_P} \cdot e^{-\frac{R_P + R}{L_P} \cdot t}$.
Prüfen Sie, ob das Verhältnis der Windungszahlen zwischen Primär- und Sekundärspule 1 : 250 betragen muss, wenn $R_P = R$ ist, die Elektroden der Funkenstrecke einen Abstand von 2 mm besitzen, an der Primärspule die Spannung $U_0 = 12\,\text{V}$ anliegt und die Durchschlagsfestigkeit von Luft $3\,\frac{\text{MV}}{\text{m}}$ beträgt. Zwischen den Elektroden soll vereinfacht ein homogenes Feld herrschen.

**(5 BE)**

## Material 1

## Elektrischer Stromkreis mit Spule




Die reale Spule wird durch die Induktivität $L$ und den Ohm'schen Widerstand $R_{Sp}$ ersetzt.

## Material 2

## Herleitung der Differenzialgleichung

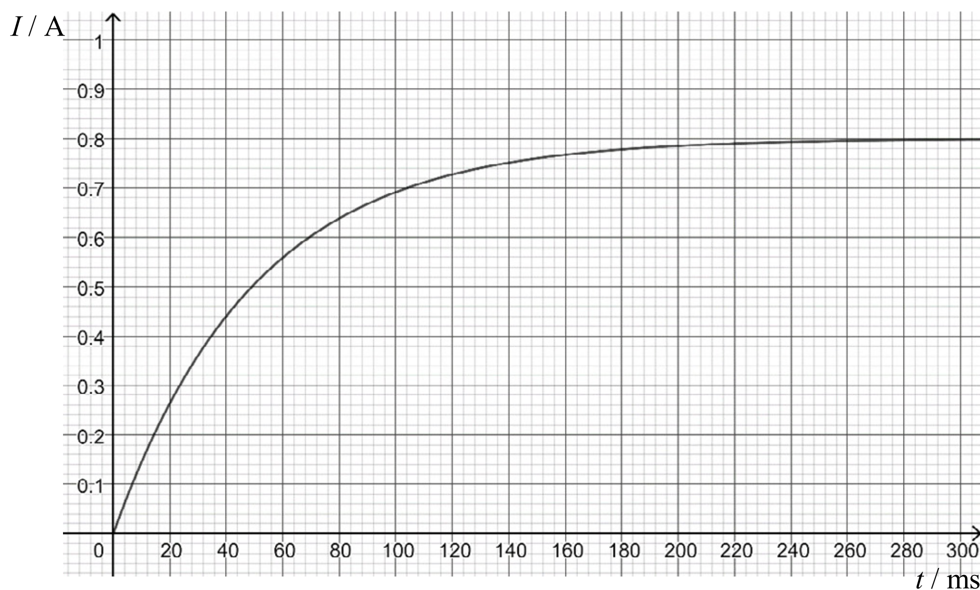
(1) $U_{Quelle} + U_{ind} = U_{R_{Sp}}$

(2) $U_0 + \left(-L \cdot \dot{I}\right) = R_{Sp} \cdot I$

(3) $-U_0 + R_{Sp} \cdot I + L \cdot \dot{I} = 0$

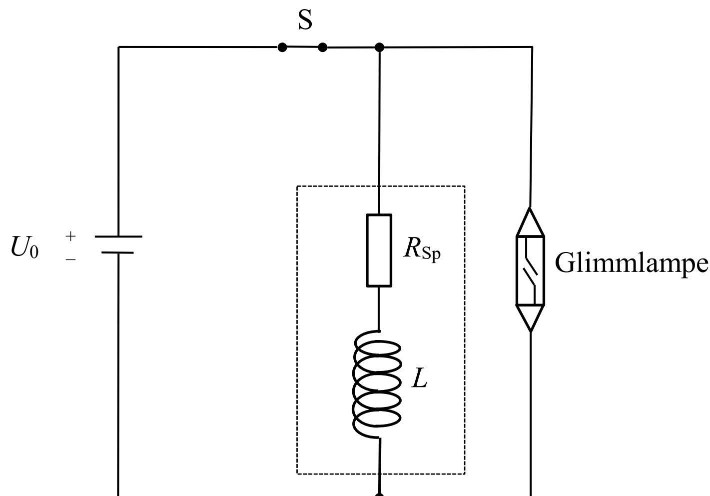
## Material 3

## Zeitlicher Verlauf der Stromstärke beim Einschalten der Spule



## Material 4

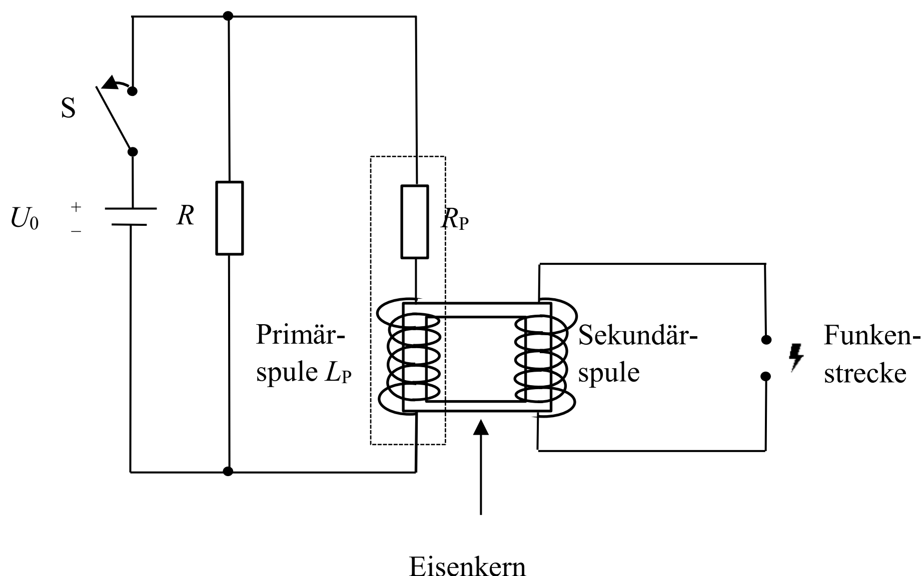
## Stromkreis mit Spule und Glimmlampe; Funktionsweise Glimmlampe




<u>Funktionsweise einer Glimmlampe:</u>
In einem Glasröhrchen befinden sich in einem geringen Abstand zueinander zwei Elektroden. Das Glasröhrchen ist mit einem Gas geringen Drucks gefüllt. Ab einer Spannung von 80 V – 100 V zündet die Glimmlampe. D. h. es kommt zu einer Gasentladung und um die Elektrode, die mit dem negativen Pol der Spannungsquelle verbunden ist, kann man ein Leuchten beobachten.

## Material 5

## Einfache elektrische Schaltung zum Betrieb einer Funkenstrecke




Das Verhältnis der Windungszahlen von Primär- und Sekundärspule ist grafisch nicht dargestellt.
Als Funkenstrecke wird in diesem Fall der luftgefüllte Raum zwischen den beiden als Punkte dargestellten Elektroden bezeichnet. Steigt die elektrische Feldstärke zwischen den Elektroden auf den Wert der Durchschlagsfestigkeit, so kommt es im elektrischen Feld zur Ionisation der Luft. Damit wird die Luft leitfähig und die Strecke wird innerhalb kürzester Zeit aufgrund der Stoßionisation durch einen Funkenüberschlag kurzgeschlossen.